UNIVERSIDAD INTERAMERICANA PARA EL DESARROLLO. UNID
CAMPUS TUXPAN, VER
ING. SOFTWARE Y SISTEMAS COMPUTACIONALES
SEMANA 2 ACTIVIDADES
ALUMNA:
ESTEFANIA ORTIZ HERNANDEZ
DOCENTE:
ADRIANA CRUZ SEDANO
MODULO:
ALGEBRA LINEAL Y CALCULO VECTORIAL
20/09/2024

18 Sep 2024

Producto Interno (escala, punto)

Es una multiplicacion entre 2 vectores en la misma direccion

$U = (a_1, a_2, a_3 \ldots a_n) \quad V = (b_1, b_2, b_3 \ldots b_n)$

$$U \cdot V = \sum_{i=1}^{i=n} a_i b_i = (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_n b_n)$$

en terminos de sus magnitudes y el angulo relativo de un vector al otro $U \cdot V = \|U\| \, \|V\| \cos\theta$

① Ejemplo $(2, -3, -5, 8) \cdot (-7, -1, 4, 0)$

$$(2)(-7) + (-3)(-1) + (-5)(4) + (8)(0)$$

$$-14 + 3 - 20 + 0 = -31$$

② Ejemplo $= (1, -2, 3, -4) \quad (5, -4, 5, 7)$

$$(1)(5) + (-2)(-4) + (3)(5) + (-4)(7)$$

$$5 + 8 + 15 - 28 = 0$$

El producto interno $U \cdot V$ se puede interpretar como el producto por la magnitud de V por la magnitud de la proyeccion de U en la direccion de V

Norma o magnitud $\|U\| = \sqrt{U^2 + V^2}$

$\|V\| = (-5, 14, 8, 2) \quad \|V\| = \sqrt{(-5)^2 + (14)^2 + (8)^2 + (2)^2}$

$\|V\| = 17$

$V = (2, 3, 6) \quad \|V\| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (6)^2}$

$\|V\| \sqrt{4 + 9 + 36} \quad \|V\| \sqrt{49} \quad \|V\| = 7$

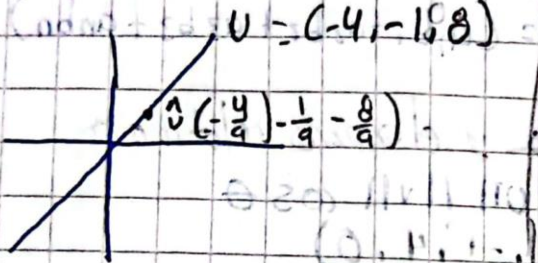
Normalizacion

Es convertir en unitario a un vector que no lo es

$$\hat{u} = \frac{u}{\|u\|} \qquad u = (-4, -1, 8)$$

$$\|u\| = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2 + (8)^2} = 9$$

$$\hat{u}\left[\frac{1}{9}\right](-4, -1, 8) = \hat{u} = \left(\frac{-4}{9}, \frac{-1}{9}, \frac{8}{9}\right)$$



(2)

$$v = (2, 3, 6)$$

$$\|v\| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (6)^2} = 7$$

$$\hat{v}\left(\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}\right)$$

Distancia $d(u, v) = \|u - v\|$

$$d(u, v) = \sqrt{[(-1) - (-5)]^2 + [(-11) - (-10)]^2 + [(-9) - (-10)]^2}$$

$$\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (1)^2}$$

$$d(u, v) = \sqrt{18}$$

$$u = (1, 1, 4) \qquad v = (3, 2, 2)$$

$$\sqrt{[(1) - (3)]^2 + [(1) - (2)]^2 + [(4) - (2)]^2}$$

$$-2^2 \quad -1^2 \quad 2^2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

Angulo

Coseno del Angulo coplanar entre 2 vectores

$$\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\,\|v\|}$$

Proyeccion

Es el vector que se produce proyectando un vector en la direccion de otro

① $proy(u,v) = \frac{u \cdot v}{\|v\|^2} \cdot v$ ② $proy(v,u) = \frac{v \cdot u}{\|u\|^2}\, u$

$v_1 = (-9, 6, -2) \quad v_2 (-8, -4, 1)$

$v_1 \cdot v_2 = (-9)(-8) + (6)(-4) + (-2, 1)$

$72 + (-24) + (-2)$

$72 - 24 - 2 = \underline{46}$

$\|v_1\| = \sqrt{(-9)^2 + (6)^2 + (-2)^2}$

$\sqrt{81 + 36 + 4}$

$\sqrt{121} \quad \underline{11}$

$v_1 \to \hat{v} = \frac{v}{\|v\|} \to \frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$

$v_2 \to \hat{v} = \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2 + (1)^2}$

$\sqrt{84 + 16 + 1}$

$\sqrt{81} = \underline{9}$

$\underline{\frac{-8}{9}, \frac{-4}{9}, \frac{1}{9}}$

$d(v, v) = \sqrt{[(-9) - (-8)]^2 + [(6) - (-4)]^2 + [(-2) - (1)]^2}$

$\sqrt{[-9 + 8]^2 + [6 + 4]^2 + [-2 - 1]^2}$

$\sqrt{[-1]^2 + [10]^2 + [-3]^2}$

$\sqrt{1 + 100 + 9} \quad \underline{\sqrt{110}}$

≈ 10.4880

$U_1 = (6, -6, 3)$ $\quad$ U_2 $(-14, 8, 8)$

$U_1 \cdot U_2$ $(6)(-14) + (-6)(8) + (3)(8)$

$-84 - 48 + 24 = \underline{-108}$

$\|u_1\| = \sqrt{(6)^2 + (-6)^2 + (3)^2}$

$\sqrt{36 + 36 + 9}$

$\sqrt{81} = \underline{9}$

$\hat{u}_1 = \frac{u}{\|u\|} = \frac{6}{9}, \frac{-6}{9}, \frac{3}{9}$

$\hat{u}_2$ $\sqrt{(-14)^2 + (8)^2 + (8)^2}$

$\sqrt{196 + 64 + 64}$

$\sqrt{324} = \underline{18}$ $\quad$ $\frac{7}{9}, \frac{4}{9}, \frac{4}{9}$

$d(u.v)$ $\sqrt{[(6) - (14)]^2 + [(-6) - (8)]^2 + [(3) - (2)]^2}$

$\sqrt{[6+14]^2 + [-6-8]^2 + [3-8]^2}$

$\sqrt{[20]^2 + [-14]^2 + [-3]^2}$

$\sqrt{400 + 196 + 25}$

$\sqrt{621}$

$U_1 = (6, -3, -2) \quad U_2 = (4, 8, 8)$

$U_1 \cdot U_2 = (6)(4) + (-3)(8) + (-2)(8)$

$24 - 24 - 16 = \underline{-16}$

$\|U_1\| = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (-2)^2}$

$\sqrt{36 + 9 + 4}$

$\sqrt{49} = \underline{7}$

$\hat{U_1} = \frac{6}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{-2}{7}$

$\hat{U_2} = \sqrt{(4)^2 + (8)^2 + (8)^2}$

$\sqrt{16 + 64 + 64}$

$\sqrt{144} = 12$

$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

$d(U, V) \quad \sqrt{[(6)-(4)]^2 + [(-3)-(8)]^2 + [(-2)-(8)]^2}$

$\sqrt{[6-4]^2 + [-3-8]^2 + [-2-8]^2}$

$\sqrt{[2]^2 + [-11]^2 + [-10]^2}$

$\sqrt{4 + 121 + 100}$

$\sqrt{225} = \underline{15}$

IMPORTANCIA DE LOS SISTEMAS LINEALES Y VECTORIALES EN INGENIERÍA

Métodos Numéricos para la Solución

- Aplicación de algoritmos computacionales como Gauss-Seidel o eliminación de Gauss para resolver grandes sistemas de ecuaciones

Representación de Fenómenos Físicos

- Uso de ecuaciones lineales para describir fenómenos como el movimiento, transferencia de calor, y flujo de fluidos.

Modelado Matemático

- Representación de sistemas físicos y procesos en términos matemáticos.

Control Automático

- Modelado y ajuste de parámetros de sistemas automáticos mediante matrices y vectores.

Estabilidad y Respuesta Temporal

Uso de matrices y transformaciones para analizar la estabilidad de sistemas dinámicos y su respuesta a estímulos en el tiempo.

Sistemas de Ecuaciones Lineales

- Resolución de múltiples ecuaciones simultáneamente para encontrar variables desconocidas en sistemas interrelacionados.

SISTEMAS DE CONTROL

Aplicación de ecuaciones lineales para diseñar y ajustar sistemas de control automáticos en maquinaria y procesos.

Análisis de Circuitos Eléctricos

- Aplicación de leyes de Kirchhoff y ecuaciones diferenciales para modelar circuitos.

Mecánica Estructural

- Uso de sistemas lineales para analizar la distribución de fuerzas y tensiones en estructuras como puentes y edificios.

Diseño y Simulación en Ingeniería

- Aplicación de sistemas vectoriales en CAD y simulaciones físicas de componentes.

Análisis de Vibraciones

- Modelado de sistemas vibratorios como puentes, vehículos, o equipos industriales mediante ecuaciones diferenciales lineales

Transformaciones Lineales

- Mapeo entre diferentes espacios vectoriales, con aplicaciones en ingeniería de control y gráficos.

Aplicaciones en Gráficas Computacionales

- Uso de vectores para representar posiciones, transformaciones y efectos visuales en gráficos 3D.

ESPACIOS VECTORIALES

Conjunto de elementos llamados vectores que pueden sumarse entre sí y multiplicarse por un escalar, respetando ciertas propiedades como la cerradura, la existencia de un vector nulo, y la posibilidad de generar todo el espacio a partir de una base.