Ecuaciones Diferenciales

MATERIA:

ECUACIONES DIFERENCIALES.

NOMBRE:

ESTEFANIA ORTIZ HERNANDEZ

DOCENTE:

ING. ADRIANA CRUZ SEDANO.

SESIÓN:

SEMANA 5.

Introducción

Las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden y de orden superior son fundamentales en matemáticas y física. Este estudio abarca la teoría general, métodos de solución y propiedades de las soluciones.

Teoría General de las Ecuaciones Diferenciales Lineales de Enésimo Orden

- Forma general: $a_n(x)\frac{d^ny}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$

- **Clasificación:**
- **Homogéneas:** cuando g(x) = 0.
- **No homogéneas:** cuando g(x) ≠ 0.
- **Métodos de solución:** analíticos y numéricos.
- **Definición y conceptos básicos:**
- Las ecuaciones diferenciales lineales son aquellas en las que la función desconocida y sus derivadas aparecen con exponente 1 y sin multiplicarse entre sí.
- Esta propiedad permite predecir el comportamiento de sistemas dinámicos en diversas disciplinas, garantizando soluciones únicas y estables bajo condiciones apropiadas.

Solución de Ecuaciones Diferenciales Lineales

- **Método de reducción de orden**: se usa cuando se conoce una solución particular.
- **Método de variación de parámetros**: útil para ecuaciones no homogéneas.
- **Método de coeficientes indeterminados**: aplicable cuando la función es polinómica o exponencial.
- **Método de la transformada de Laplace**: útil en aplicaciones de ingeniería.

Ecuaciones Diferenciales Lineales Homogéneas

Definición y forma general: $a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = 0$

donde:

- y^(n) representa la derivada de orden *n* de la función desconocida *y* con respecto a la variable independiente *x*.
- a_n(x), a_(n-1)(x), ..., a_1(x), a_0(x) son funciones conocidas de *x* llamadas coeficientes.
- El término independiente es igual a cero.

Características principales:

1. **Linealidad:** La función desconocida *y* y sus derivadas aparecen solo en primera potencia (no hay términos como y^2, y', etc.) y no se multiplican entre sí.
2. **Homogeneidad:** El término independiente de la ecuación es cero. Esto significa que si *y(x)* es una solución, entonces cualquier múltiplo constante de *y(x)* también es una solución

Ecuaciones de Orden "n" con Coeficientes Constantes

Resolución a través de la ecuación ca

$$ar^n + br^{n-1} + \cdots + c = 0$$

Tipos de raíces:

Reales y distintas.

Reales y repetidas.

Complejas conjugadas

Ecuaciones de Orden "n" con Coeficientes No Constantes

- Métodos de solución:
  - **Serie de potencias**: se usa cuando los coeficientes no son constantes.
  - **Transformadas integrales**: aplicables en ecuaciones con funciones especiales.
  - **Métodos numéricos**: Runge-Kutta, Euler, diferencias finitas.
- Ejemplo práctico con el método de Frobenius.

Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales Lineales

- **Ingeniería mecánica**: oscilaciones de resortes y amortiguadores.
- **Circuitos eléctricos**: comportamiento de RLC en corriente alterna.
- **Modelos económicos**: predicción del crecimiento poblacional y mercados.
- **Dinámica de poblaciones**: modelos logísticos y depredador-presa.

Conclusiones

Las ecuaciones diferenciales lineales son una herramienta esencial para modelar y entender fenómenos en múltiples disciplinas su análisis permite predecir el comportamiento de sistemas dinámicos y diseñar soluciones en ingeniería, física y economía la elección del método de solución adecuado depende de la naturaleza de la ecuación y su aplicación específica un dominio sólido de estos conceptos facilita la resolución de problemas reales, contribuyendo al avance de la ciencia y la tecnología.

Bibliografia

Zill, D., Cullen, M. (2008). Ecuaciones diferenciales. Matemáticas avanzadas para Ingeniería, Vol. 1. Mc Graw Hill. Recuperado de /files/7618218/Matematicas_avanzadas_para_ingenieria_vo.pdf

División de Ciencias Básicas e Ingeniería. (s.f.). Ecuaciones diferenciales de orden superior. Universidad Autónoma Metropolitana. Recuperado de http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/uami/jdf/EDO/Lineales.pdf

Drager, L. (s.f.). Solución de orden 2, Euler Cauchy Ecuaciones homogéneas: El caso de la raíz repetida. Universidad Tecnológica de Texas. Recuperado de http://www.math.ttu.edu/~drager/Classes/08Summer/M3350/eceqns.pdf