

# Ecuaciones Diferenciales

**MATERIA:**

ECUACIONES DIFERENCIALES.

**NOMBRE:**

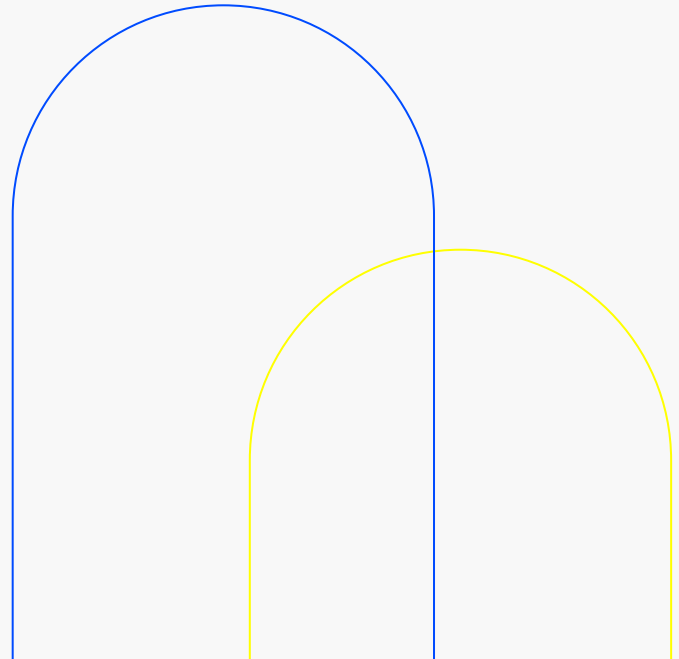
ESTEFANIA ORTIZ HERNANDEZ

**DOCENTE:**

ING. ADRIANA CRUZ SEDANO.

**SESIÓN:**

SEMANA 5.



# Introducción

Las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden y de orden superior son fundamentales en matemáticas y física. Este estudio abarca la teoría general, métodos de solución y propiedades de las soluciones.

# Teoría General de las Ecuaciones Diferenciales Lineales de Enésimo Orden

- **Clasificación:**
- **Homogéneas:** cuando  $g(x) = 0$ .
- **No homogéneas:** cuando  $g(x) \neq 0$ .
- **Métodos de solución:** analíticos y numéricos.
- **Definición y conceptos básicos:**
- Las ecuaciones diferenciales lineales son aquellas en las que la función desconocida y sus derivadas aparecen con exponente 1 y sin multiplicarse entre sí.
- Esta propiedad permite predecir el comportamiento de sistemas dinámicos en diversas disciplinas, garantizando soluciones únicas y estables bajo condiciones apropiadas.

- Forma general:  $a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$

# Solución de Ecuaciones Diferenciales Lineales



- **Método de reducción de orden:** se usa cuando se conoce una solución particular.
- **Método de variación de parámetros:** útil para ecuaciones no homogéneas.
- **Método de coeficientes indeterminados:** aplicable cuando la función es polinómica o exponencial.
- **Método de la transformada de Laplace:** útil en aplicaciones de ingeniería.

# Ecuaciones Diferenciales Lineales Homogéneas

$$\text{Definición y forma general: } a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) y = 0$$

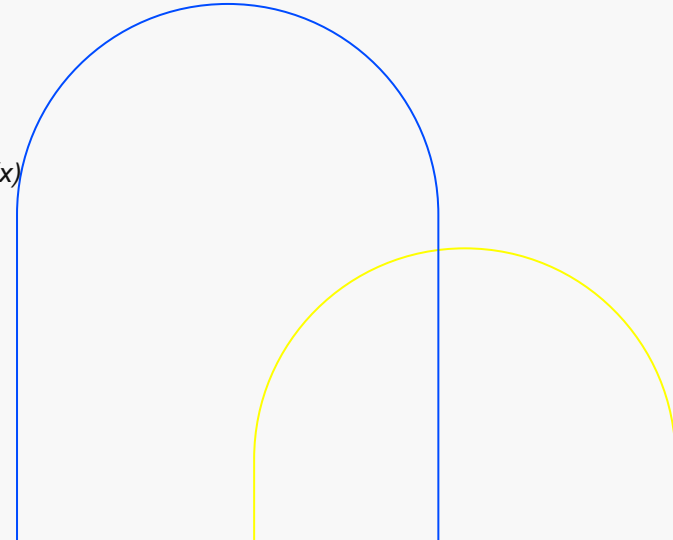
donde:

- $y^{(n)}$  representa la derivada de orden  $n$  de la función desconocida  $y$  con respecto a la variable independiente  $x$ .
- $a_n(x)$ ,  $a_{(n-1)}(x)$ , ...,  $a_1(x)$ ,  $a_0(x)$  son funciones conocidas de  $x$  llamadas coeficientes.
- El término independiente es igual a cero.

## Características principales:

**1. Linealidad:** La función desconocida  $y$  y sus derivadas aparecen solo en primera potencia (no hay términos como  $y^2$ ,  $y'$ , etc.) y no se multiplican entre sí.

**2. Homogeneidad:** El término independiente de la ecuación es cero. Esto significa que si  $y(x)$  es una solución, entonces cualquier múltiplo constante de  $y(x)$  también es una solución



# Ecuaciones de Orden "n" con Coeficientes Constantes

Resolución a través de la ecuación

$$ar^n + br^{n-1} + \dots + c = 0$$

Tipos de raíces:

Reales y distintas.

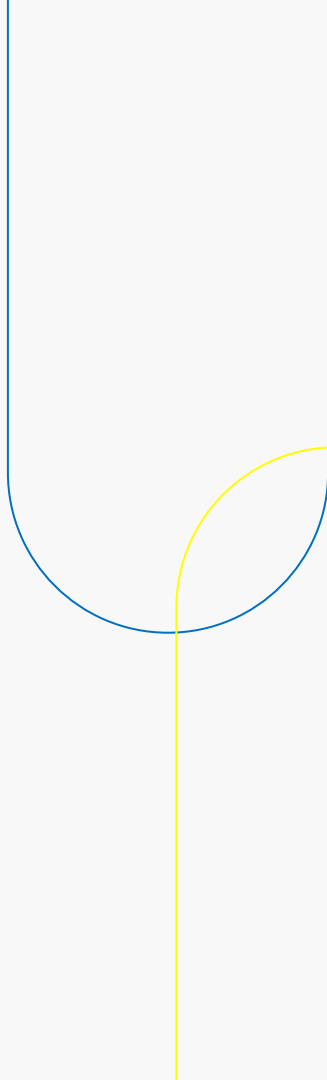
Reales y repetidas.

Complejas conjugadas

# Ecuaciones de Orden "n" con Coeficientes No Constantes

- Métodos de solución:
  - **Serie de potencias:** se usa cuando los coeficientes no son constantes.
  - **Transformadas integrales:** aplicables en ecuaciones con funciones especiales.
  - **Métodos numéricos:** Runge-Kutta, Euler, diferencias finitas.
- Ejemplo práctico con el método de Frobenius.

# Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales Lineales

- **Ingeniería mecánica:** oscilaciones de resortes y amortiguadores.
  - **Circuitos eléctricos:** comportamiento de RLC en corriente alterna.
  - **Modelos económicos:** predicción del crecimiento poblacional y mercados.
  - **Dinámica de poblaciones:** modelos logísticos y depredador-presa.
- 
-

# Conclusiones

Las ecuaciones diferenciales lineales son una herramienta esencial para modelar y entender fenómenos en múltiples disciplinas su análisis permite predecir el comportamiento de sistemas dinámicos y diseñar soluciones en ingeniería, física y economía la elección del método de solución adecuado depende de la naturaleza de la ecuación y su aplicación específica un dominio sólido de estos conceptos facilita la resolución de problemas reales, contribuyendo al avance de la ciencia y la tecnología.

---

# Bibliografía

Zill, D., Cullen, M. (2008). Ecuaciones diferenciales. Matemáticas avanzadas para Ingeniería, Vol. 1. Mc Graw Hill. Recuperado de [/files/7618218/Matematicas\\_avanzadas\\_para\\_ingenieria\\_vo.pdf](files/7618218/Matematicas_avanzadas_para_ingenieria_vo.pdf)

División de Ciencias Básicas e Ingeniería. (s.f.). Ecuaciones diferenciales de orden superior. Universidad Autónoma Metropolitana. Recuperado de <http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/uami/jdf/EDO/Lineales.pdf>

Drager, L. (s.f.). Solución de orden 2, Euler Cauchy Ecuaciones homogéneas: El caso de la raíz repetida. Universidad Tecnológica de Texas. Recuperado de <http://www.math.ttu.edu/~drager/Classes/08Summer/M3350/eceqns.pdf>